# RAPPORT D'ÉPREUVE

## 1 Commentaires généraux

Le sujet présente trois exercices permettant de couvrir le programme. L'informatique était bien présente dans le sujet et s'articulait avec les mathématiques.

Le sujet offre une belle progression avec notamment des questions de connaissance du cours assez simples permettant de distinguer dans les candidats faibles les élèves sérieux des autres.

On pourra de nouveau déplorer un trop grand nombre de copies dont le soin et la lisibilité n'était pas au rendez-vous. Pour rappel, une réponse illisible est par défaut considérée comme erronée. L'expression écrite est parfois fragile, le vocabulaire et les tournures de phrases ne sont pas toujours maîtrisées. Trop de candidats abusent des abréviations : même quand elles sont compréhensibles, ce qui n'est pas toujours le cas, elles n'ont pas leur place dans une copie de concours.

Une bonne partie des candidat a commencé par travailler sur l'exercice 3 avec de l'algèbre et de la théorie des graphes.

On retrouve fréquemment des réponses inabouties, mettant en avant un manque de maîtrise des raisonnements développés.

Avec une moyenne de 11,2 et un écart-type de 4,83, cette épreuve a permis une sélection tout à fait satisfaisante des candidats.

## 2 Commentaires particuliers

### Exercice 1

#### Partie I

1. (a) Les candidats n'ont étonnamment pas été à l'aise sur cette question.
   Certains candidats confondent la loi géométrique avec une loi à densité.
   (b) On relève beaucoup de tentatives d'escroquerie pour retomber sur le bon résultat.
2. (a) Cette question est assez mal traitée. L'opposée de la réponse attendue a souvent été relevée. Certains candidats ont continuer de considérer seulement la loi géométrique.
   (b) Beaucoup de candidats ne traitent, implicitement, qu'un seul sens de l'équivalence. Les autres tentent en général une démonstration par équivalences successives, fausse la plupart du temps.

#### Partie II

3. (a) Question assez bien réussi dans l'ensemble. On peut quand même noter une absence de justification dans le valeurs de $a$ et $b$ dans un nombre non négligeable de copies.
   (b) Les raisonnements sont parfois compliqués pour arriver à la convergence avec des erreurs de notations (somme finie/somme infinie/série) et de calculs.



Les sujets et corrigés publiés ici sont la propriété exclusive d'ECRICOME.
Ils ne peuvent être reproduits à des fins commerciales sans un accord préalable d'ECRICOME.

4. (a) Le théorème de transfert est assez bien énoncé. Cependant son application est moins bien réussie.
   (b) Une fois de plus le théorème de transfert est bien énoncé mais le calcul qui en résulte n'est pas une réussite. La fomule de Kœnig-Huygens est bien citée.

### Partie III

5. Très peu de candidats utilisent correctement une probabilité conditionnelle pour établir le résultat.

   Certains candidats reprennent encore la loi géométrique.

6. Beaucoup de raisonnements « de fil en aiguille », mais très peu de récurrences.

   Sans récurrence, certains candidats ont traité correctement la question avec la formule des probabilités composées.

7. La factorisation par le produit $\prod_{i=1}^{k-1} \alpha_i$ pas toujours effectuée

8. (a) Beaucoup de candidats reconnaissent la bonne loi mais sans aucune justification
   (b) La loi a globalement été trouvée juste. Peu de candidats ont reconnu la loi de la partie II, ce qui n'était pas demandé.

### Partie IV

9. (a) Question souvent traitée, y compris dans les copies presque vides. Assez bien réussi.
   (b) Des maladresses sur le test : `annee_panne=1` ou 2001 seulement.
   (c) Question peu traitée ou non comprise.
10. Peu réussie.
11. (a) Le lien entre durée de vie moyenne et espérance n'est pratiquement jamais fait, et lorsqu'il est fait, l'espérance de loi géométrique n'est pas connue
    (b) Rarement compréhensible

## Exercice 2

### Partie I

1. (a) La plupart des candidats invoquent les croissances comparées mais ne déterminent pas la limite du quotient avec le soin attendu.

   Quelques candidats n'hésitent pas à composer, à tort, des équivalents par la fonction exponentielle. Certains vont même jusqu'à écrire que l'équivalence est compatible avec la composition.
   (b) La continuité est une condition trop souvent oubliée. Beaucoup de candidats avancent des intégrales de Riemann allant de 0 à $+\infty$.
2. La question n'a pas été comprise, la convergence a été occultée la plupart du temps.
3. (a) Peu de candidats voient qu'il s'agit du reste d'une intégrale convergente, et que la réponse découle de la convergence de l'intégrale $J_a$. Le raisonnement le plus fréquent faisait



Les sujets et corrigés publiés ici sont la propriété exclusive d'ECRICOME.
Ils ne peuvent être reproduits à des fins commerciales sans un accord préalable d'ECRICOME.

apparaître une intégrale allant de $+\infty$ à $+\infty$ sans jamais mentionner une quelconque convergence.

(b) L'inégalité a été assez bien traité sauf que peu s'inquiètent de la convergence de $\int_x^{+\infty} e^{-t^2}dt$.

(c) Le cas $a < 0$ n'est pratiquement jamais considéré.
Trop de candidats raisonnent par encadrement des limites mais sans encadrement, juste avec une majoration.

### Partie II

4. Beaucoup trop d'erreurs pour cette question de cours.
5. (a) Très mal traitée alors qu'il s'agit d'une question de cours.
   (b) Question bien traitée.
   (c) Les candidats ne montrent en général que la dérivabilité de $I_a$. Certains se lancent dans le calcul de la dérivée mais très peu arrivent à conclure.
6. Question bien traitée, lorsqu'elle est traitée.
7. Question peu traitée.

### Partie III

8. (a) Trop peu de bonnes réponses pour une question de cours.
   (b) Peu traitée et peu réussie. Certains étudient les variations de la fonction densité en calculant sa dérivée.
9. (a) L'énoncé demandait explicitement la réponse sous forme d'une intégrale (et non à l'aide d'une intégrale). Sur bon nombre de copies le résultat est laissé sous la forme $1 - \int$.
   (b) Question peu traitée mais plutôt bien faite, quand la question est traitée.
10. (a) Peu de bonnes réponses alors qu'il s'agit d'une question de cours.
    (b) Les 2 premières lignes souvent bien traitées, quand à la troisième il manque souvent la division par 10000.
11. La question est bien traitée en général. La constante $\pi$ doit être "sortie" du module `numpy` par la commande `np.pi`.

## Exercice 3

### Partie I

1. (a) Très bien traitée
   (b) L'égalité $(M + I)^2 = 3(M + I)$ n'est pas toujours explicitement écrite mais le bon polynôme annulateur est quand même trouvé.
   On note des confusions entre $I$ et $M + I$.
   (c) De nombreux étudiants sont à l'aise avec cette question et savent très bien chercher les bases des sous espaces propres. Cependant beaucoup de candidats oublient de préciser une base de chaque sous-espace propre.



Les sujets et corrigés publiés ici sont la propriété exclusive d'ECRICOME.
Ils ne peuvent être reproduits à des fins commerciales sans un accord préalable d'ECRICOME.

(d) Beaucoup de candidats ne pensent pas à simplement vérifier en faisant le calcul $PP^{-1}$. La plupart des étudiants utilisent (très souvent correctement) la méthode de Gauss-Jordan pour retrouver $P^{-1}$.

(e) Question bien traitée, même chez les candidats s'étant trompé sur les valeurs propres dans les question précédentes.

(f) Très bien traitée

(g) Assez peu de candidats sont partis sur le calcul explicite de $M^k$, pas toujours avec succès. Deux autres méthodes assez élégantes ont été utilisées, avec plus de succès. La première en passant par des suites récurrentes linéaires d'ordre 2. La deuxième en se ramenant à $D^k = a_k D + b_k I_3$ puis à la résolution d'un simple système linéaire.

2. (a) Dans beaucoup de copies, on note une erreur de raisonnement dans la récurrence. Dans l'hérédité, l'égalité $J^2 = nJ$ est utilisé et justifiée comme étant l'hypothèse de récurrence au rang $k = 2$ alors que l'initialisation est faite au rang $k = 1$.

   En-dehors de ce point, la question a été bien traitée.

   (b) Très bien traitée

   (c) Beaucoup d'étudiants pensent à utiliser la formule du binôme de Newton et vérifient correctement le fait que les matrices $J_n$ et $I_n$ commutent, mais tout s'écroule lorsque qu'ils écrivent la somme en partant de $k = 1$ au lieu de $k = 0$, probablement influencé par le résultat à établir dans la question suivante.

   (d) Ici encore, pour le calcul de $c_k$, on retrouve la même erreur que dans la question précédente.

   (e) On note beaucoup d'erreurs sur les cœfficients diagonaux.

## Partie II

3. Pour les candidats qui ont traité cette question, beaucoup répondent juste le plus souvent. Mais régulièrement, on trouve des représentations compliquées pour $K_5$.

   Certains candidats ont tracé des graphes orientés (avec doubles arêtes).

4. (a) La plupart des candidats trouvent la bonne matrice mais sans la reconnaître.

   (b) Beaucoup de candidats font seulement une liste de chemins mais en oublient une bonne partie.

   Peu de candidats utilisent directement l'expression de $c_4$ mais recalculent $M_4^4$, plutôt correctement.

5. Très bien traitée

6. Beaucoup d'explication longues et pas très clair pour essayer faire le lien, peu convaincant, avec $\sum_{k=1}^{n-1} k$.

## Partie III

7. $V_1$ est souvent faux.

8. La matrice est souvent fausse.

9. De nombreux candidats oublient de préciser que les coefficients du vecteur de l'état stable doivent être des nombres positifs de somme 1.



Les sujets et corrigés publiés ici sont la propriété exclusive d'ECRICOME.
Ils ne peuvent être reproduits à des fins commerciales sans un accord préalable d'ECRICOME.

(a) Là encore, la somme égale à 1 et les coefficients positifs sont rarement vérifiés.

(b) Question peu souvent traitée, du fait d'une mauvaise connaissance de ce qu'est un état stable.

10. (a) Trop de candidats confondent avec une expression faisant intervenir des vecteurs colonnes.

(b) Un nombre trop important ne procède pas par récurrence mais par itérations successives.

(c) Question très peu traitée.

11. Question très peu traitée .



Les sujets et corrigés publiés ici sont la propriété exclusive d'ECRICOME.
Ils ne peuvent être reproduits à des fins commerciales sans un accord préalable d'ECRICOME.