Mathématiques 2

Présentation du sujet

Le sujet était composé d'un problème en deux parties dont le thème principal était l'étude de la fonction génératrice d'une variable aléatoire discrète. La première partie traitait du cas des variables finis et la seconde des variables quelconques.

Ce sujet faisait appel essentiellement aux notions de probabilités avec quelques applications des polynômes et des séries entières.

Analyse globale des résultats

Le sujet comportait 26 questions. Les candidats ayant une bonne connaissance du cours et utilisant correctement les définitions rappelées dans l'énoncé pouvaient obtenir un résultat honorable.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Commentaires généraux

Compréhension du sujet

La bonne lecture du sujet et le respect des notations étaient encore une fois capitale pour bien pouvoir aborder cette épreuve. Il est regrettable qu'un certain nombre de candidats se trompe dans des calculs de sommes simples ou ne réussit pas à établir la convergence d'une série.

Cours

Le jury rappelle à nouveau qu'une connaissance solide du cours de mathématiques des deux années est indispensable afin de bien figurer lors des concours. Les candidats sachant citer et reconnaitre les théorèmes du cours ont pu se démarquer.

Ci-après quelques remarques non exhaustives sur les points de cours abordés lors du sujet et quelques remarques qui demandait à plusieurs reprises des questions de cours directes. Insistons sur le fait que l'utilisation d'un théorème doit s'accompagner de la vérification d'hypothèses :

- les candidats devraient savoir calculer sans difficulté des sommes géométriques finis et ne pas oublier les cas particuliers (raison égale à 1) ;
- les lois usuelles doivent être connues (loi de Bernoulli, Binomiale, uniforme) ;
- le théorème de transfert doit être cité précisément en explicitant la fonction utilisée ;
- de nombreux candidats ne prennent pas la précaution de vérifier qu'une variable est non nulle avant une division ;
- le calcul d'un rayon de convergence n'utilise pas systématiquement le critère de D'Alembert ;
- le jury attendait une justification de la dérivation termes à termes d'une série entière à l'intérieur de son domaine de convergence.

Calculs

Dans ce sujet les difficultés calculatoires étaient modérées. Les calculs faisant intervenir des paramètres ont posé des difficultés à de nombreux candidats.

Raisonnement, rédaction, présentation

Beaucoup de copies ne sont qu'une succession de calculs sans aucune explication. La communication est une compétence importante pour un futur ingénieur. Un effort de clarté est attendu par le jury. En ce qui concerne la logique, il faut clairement préciser si le raisonnement se fait par équivalence, double ou simple implication. Un raisonnement par équivalence ne doit pas être confondu avec une simple implication. Il est demandé aux candidats de bien justifier les résultats utilisés et d'en vérifier les hypothèses. Dans le même registre, des difficultés d'expression dans la langue française ou de soin ont été remarquées (et pénalisées) dans plusieurs copies même si pour de nombreux candidats des efforts appréciables ont été remarqués.

Détails sur certaines questions

Partie I-A - Définitions et propriétés

Cette sous-partie s'attachait à calculer la fonction génératrice pour les lois usuelles discrètes finies.

La connaissance des lois usuelles était ici indispensable. Il fallait travailler sur le bon support pour les différentes lois faute de quoi les indices des sommes étaient incorrects.

Partie I-B - Une application

On étudiait ici une application au lancer de deux dés. Cette partie faisait intervenir des polynômes et des calculs de nombres complexes qui relevaient du cours de première année.

Parties II-A - Définitions et probabilités

On étudiait ici les fonctions génératrices de variables à valeurs entières. Il s'agissait d'étudier les propriétés de ces fonctions en tant que sommes de séries entières. Beaucoup de questions étaient proches du cours et ont été abordés par la plupart des candidats.

Parties II-B - Une première application : une loi construite à partir de la loi de Poisson

Cette partie traitait l'étude d'une variable aléatoire et faisait à nouveau intervenir des calculs de séries entières. Le jury attendait que l'on décompose les événements en jeu comme une union et l'utilisation de leur incompatibilité pour calculer leur probabilité.

Parties II-C - Une seconde application : une loi produit

Cette courte partie a permis aux meilleurs candidats de se distinguer en étudiant de deux variables usuelles en utilisant les propriétés démontrées sur les fonctions génératrices.

Conclusion

Ce sujet comportait de nombreuses questions proches du cours et a permis aux candidats aux connaissances solides de se distinguer.